



研究与开发

任意结构阵列的AOA估计方法研究

洪优佳, 简志华, 潘鹏, 王海泉

(杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 波达方向 (direction of arrival, DOA) 估计是阵列信号处理中的一个关键领域, 而波达角 (angle of arrival, AOA) 则是其核心参数。将AOA估计作为主要研究目标, 提高其在任意结构阵列中的准确性。通过分析现有文献中关于任意结构阵列的系统模型, 基于E-子空间理论, 结合最大似然原理与Lloyd-like迭代算法, 提出了一种新的子空间逼近迭代算法。此外, 为了降低计算复杂度, 结合MUSIC算法, 提出了基于MUSIC峰值范围的迭代改进算法。最后, 通过仿真验证了以上方法在毫米波信道估计中的有效性, 相较于传统的MUSIC算法性能显著提升。

关键词: AOA估计; 任意结构阵列; E-子空间; Lloyd-like迭代算法

中图分类号: TP393

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2025032

Research on AOA estimation methods for arbitrary structured arrays

HONG Youjia, JIAN Zhihua, PAN Peng, WANG Haiquan

School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: Direction of arrival (DOA) estimation is a critical area in array signal processing, with angle of arrival (AOA) being its core parameter. AOA estimation was taken as the main research objective to enhance accuracy in arbitrary structured arrays. By analyzing the system models of arbitrary structured arrays in the existing literature, a new subspace approximation iterative algorithm was proposed based on E-subspace theory, combined with the maximum likelihood criterion and Lloyd-like iterative algorithm. Furthermore, to reduce computational complexity and improve angle estimation accuracy, an iterative improvement algorithm based on the MUSIC peak range was proposed in conjunction with the MUSIC algorithm. Finally, simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed methods in millimeter-wave channel estimation, showing significant performance improvements compared to the traditional MUSIC algorithm.

Key words: AOA estimation, arbitrary structure array, E-subspace, Lloyd-like iterative algorithm

收稿日期: 2024-11-15; 修回日期: 2024-12-22

通信作者: 简志华, jianzh@hdu.edu.cn



0 引言

阵列信号处理技术为精确定位、目标检测和信号增强等任务提供了强有力的支持,在无线通信、雷达、声纳等领域具有广泛的应用。其中,波达方向(direction of arrival, DOA)估计^[1-4]是阵列信号处理中的一个关键领域。DOA估计的主要目标是通过分析阵列信号接收到的数据特征,确定信号源的空间方向。这种估计方法在不同的文献和应用中也常被称为定向(direction finding, DF)估计或空间谱(spatial spectrum, SS)估计。

DOA估计的基本原理是利用阵列天线的多个阵元在同一时刻接收到的信号相位差,推断出信号的入射角度,即波达角(angle of arrival, AOA)。波达角是描述信号来源方向的关键参数,对于信号定位和跟踪等任务至关重要。

尽管波达角估计技术在阵列信号处理领域已经取得诸多成果,但以往的研究大多集中于特定的结构阵列,例如均匀线阵^[5]、均匀圆阵^[6],以及基于均匀线阵构建的二维^[7-9]和三维阵列^[10-12]。然而,这些研究主要针对规则结构阵列的AOA估计问题进行了深入探讨,对于任意结构阵列的研究却相对较少。任意结构阵列由于其不规则性和一般性,在实际应用中具有更广泛的适用性,但也具有更大的挑战。

传统的AOA估计算法,如经典的MUSIC算法^[13],理论上可以应用于任意结构阵列。MUSIC算法依赖于信号子空间和噪声子空间的正交性,只需确定阵元的位置和方向,通过在空间角域内进行二维搜索,可以估计出信号的入射角度。但在实际操作中,由于噪声的影响,该算法的估计精度可能会受到显著限制,特别是在低信噪比条件下。另一方面,任意结构阵列缺乏规则的几何布局,使得一些适用于特定阵列的高效AOA估计算法难以直接应用^[14]。

例如,将实际阵列映射为具有范德蒙结构的虚拟阵列的内插技术在任意结构阵列中并不适用^[15-16]。

鉴于上述问题,有必要对任意结构阵列的AOA估计进行进一步研究。首先,基于现有文献中提出的系统模型,对任意结构阵元的特性进行深入分析。例如,文献[17]提出了关于任意结构阵元的系统模型,以该模型为研究基础,为开发新的AOA估计算法提供理论支持。文献[18]根据E-子空间原理,提出一种新的子空间逼近方法,探讨其在任意结构阵列AOA估计中的应用。该方法的核心在于研究子空间与AOA的关系,基于最大似然(maximum likelihood, ML)原理^[19]和通过算法设计,实现对信号源方向的精确估计。为了进一步简化算法并提高计算效率,还可以引入Lloyd-like迭代算法^[20],通过不断逼近最优解,有效地简化计算过程。最后,通过选择合适的初始点和码本,并结合MUSIC算法的优点,对上述子空间迭代逼近算法进行改进,这种改进将有效提高AOA估计的精度和计算效率。

1 任意结构阵元的信道模型及传统AOA估计

1.1 任意结构阵元的信道模型

阵列示意图如图1所示,考虑一个由 M 个阵元组成的阵列,且阵元在空间中的位置信息已知。阵元的位置坐标为 (x_m, y_m, z_m) , $m=1, 2, \dots, M$ 。假设有 N 个远场窄带信号入射到该阵列上,信号的入射方向为 (θ_n, φ_n) , $n=1, 2, \dots, N$,其中, φ_n 表示信号源的仰角,满足 $0 \leq \varphi_n \leq \frac{\pi}{2}$, θ_n 表示信号源的方位角,满足 $0 \leq \theta_n \leq 2\pi$ 。在时刻 t ,第 m 个阵元接收到的信号可以表示为:

$$z_m(t) = \sum_{n=1}^N g_{mn} s_n(t - \tau_{mn}) + w_m(t), \quad m=1, 2, \dots, M \quad (1)$$

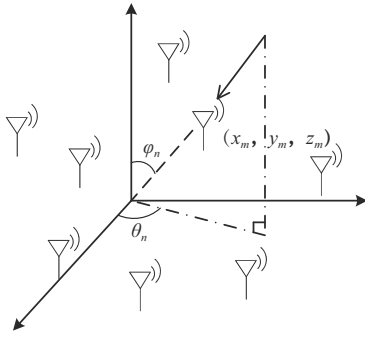


图1 阵列示意图

其中, g_{mn} 是第 m 个阵元对第 n 个信号的增益, $s_n(t)$ 是第 n 个信号在时刻 t 的波形, τ_{mn} 是第 n 个信号到达第 m 个阵元时相对于参考阵元的时延,

$$\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(j\omega_1\tau_{11}) & \exp(j\omega_2\tau_{12}) & \cdots & \exp(j\omega_N\tau_{1N}) \\ \exp(j\omega_1\tau_{21}) & \exp(j\omega_2\tau_{22}) & \cdots & \exp(j\omega_N\tau_{2N}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \exp(j\omega_1\tau_{M1}) & \exp(j\omega_2\tau_{M2}) & \cdots & \exp(j\omega_N\tau_{MN}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ \vdots \\ w_M(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

将式 (4) 改写成式 (5), 得到信号的矢量形式:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_M(t)]^T$ 为 $M \times 1$ 维接收信号的列矢量, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T$ 为 $N \times 1$ 维发送信号的列矢量, $\mathbf{w}(t) = [w_1(t), w_2(t), \dots, w_M(t)]^T$ 为 $M \times 1$ 维噪声的列矢量, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N]$ 为 $M \times N$ 维的导向矢量矩阵。导向矢量 $\mathbf{a}_n$ 是阵列对第 n 个信号的响应, 定义为:

$$\mathbf{a}_n = \begin{bmatrix} \exp(j\omega_n\tau_{1n}) \\ \exp(j\omega_n\tau_{2n}) \\ \vdots \\ \exp(j\omega_n\tau_{Mn}) \end{bmatrix} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

其中, $\omega_n = 2\pi c/\lambda_n$ 为第 n 个窄带信号的中心角频率, c 为光速, λ_n 为第 n 个窄带信号的工作波长; $\tau_{mn}, m = 1, 2, \dots, M$ 为第 m 个阵元对第 n 个信号产生的时间延迟。若假设坐标原点为零相位参考点, 则:

$$\tau_{mn} = \frac{1}{c} [x_m \sin(\varphi_n) \cos(\theta_n) + y_m \sin(\varphi_n) \sin(\theta_n) + z_m \sin(\varphi_n)] \quad (7)$$

$w_m(t)$ 是第 m 个阵元在时刻 t 的噪声。假设阵元的各向同性且所有通道的增益一致性完好, 并忽略阵列天线之间的电磁互耦等因素, 那么可以对增益参数进行归一化。因此, 式 (1) 可以简化为:

$$z_m(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t - \tau_{mn}) + w_m(t), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

在信号源是窄带的假设下, 有:

$$s_n(t - \tau) \approx s_n(t) e^{-j\omega_0\tau}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

利用这一约等式, 并将 M 个阵元在特定时刻接收到的信号排列成一个列向量, 可得:

为了便于后续的数字信号处理, 连续信号需要离散化处理。对信号进行采样, 采样时刻 k 得到的阵列的 $M \times 1$ 维快拍矢量可以表示为:

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{w}(k), \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (8)$$

其中, K 为总的采样数 (也称为快拍数), $\mathbf{z}(k)$ 为 $M \times 1$ 维接收信号的列矢量, $\mathbf{s}(k)$ 为 $N \times 1$ 维发送信号的列矢量, $\mathbf{n}(k)$ 为 $M \times 1$ 维噪声矢量, $\mathbf{A}$ 为导向矢量矩阵。

波达角 (AOA) 估计的目标是从接收到的信号 $\mathbf{z}(1), \mathbf{z}(2), \dots, \mathbf{z}(k)$ 中估计出信号源的方向参数, 即 $(\varphi, \theta) = [(\varphi_1, \theta_1), (\varphi_2, \theta_2), \dots, (\varphi_N, \theta_N)]$ 。

1.2 MUSIC算法

为了估计信号源的方向参数, 常用的算法包括 MUSIC (multiple signal classification) 算法。MUSIC 算法基本思想是基于信号子空间与噪声子空间正交的性质, 通过构造空间谱函数并搜索其峰值来确定信号的方向。

根据阵列接收的数据, 首先计算数据的协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 。由于信号与噪声独立, 协方差矩阵可以分解为与信号和噪声相关的两部分。



$$\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{z}\mathbf{z}^H] = \mathbf{R}_S + \mathbf{R}_W \quad (9)$$

其中, $\mathbf{R}_S$ 是信号的协方差矩阵, $\mathbf{R}_W$ 是噪声的协方差矩阵。

对协方差矩阵进行特征值分解, 得到信号子空间 $\mathbf{U}_S$ 和噪声子空间 $\mathbf{U}_N$ 。较大的特征值对应的特征向量构成信号子空间, 较小的特征值对应的特征向量构成噪声子空间。

理想条件下, 信号子空间与噪声子空间正交, 即信号子空间中的导向矢量也与噪声子空间正交。

$$\mathbf{a}^H(\theta, \varphi) \mathbf{U}_N = 0 \quad (10)$$

但由于噪声的存在, 式 (10) 并不完全成立。实际上求 AOA 是以最小优化搜索实现的, 即:

$$(\theta, \varphi)_{\text{MUSIC}} = \arg \min \mathbf{a}^H(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{a}(\theta, \varphi) \quad (11)$$

所以, MUSIC 算法的谱估计计算式为:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{a}(\theta, \varphi)} \quad (12)$$

根据信号参数范围由式 (12) 进行谱峰搜索, 得出极大值点对应的角度就是波达角 (AOA)。

2 子空间逼近

本节主要提出子空间逼近的方法, 首先在第 2.1 节探讨了子空间逼近的原理, 然后在第 2.2 节给出了子空间逼近算法估计波达角的具体方式。

2.1 子空间逼近原理

本节主要探讨了子空间与波达角 (AOA) 之间的关系, 并且引入了最大似然 (ML) 原理和

Lloyd-like 算法, 以便在实际应用中有效地进行波达角估计。

2.1.1 子空间与波达角 (AOA)

为了从接收到的信号中准确估计信号源的方向 (即波达角), 首先要探究子空间与 AOA 之间的关系, 为后续采用子空间逼近方法进行 AOA 估计提供理论基础。

根据之前的信号模型描述, 特别是式 (6) 以及式 (7) 对于导向矢量 $\mathbf{a}_n$ 的定义可知, 导向矢量 $\mathbf{a}_n$ 由波达角 (φ_n, θ_n) 决定, 故 $\mathbf{a}_n$ 也可表示为 $\mathbf{a}_n(\varphi_n, \theta_n)$, 参考文献[18], 可以给出如下定义。

定义 1: 在复欧几里得空间 $\mathbb{C}^N$ 中, 称向量 $\mathbf{a}_n(\varphi_n, \theta_n)$ 为导向矢量, 如果一个子空间中存在一组导向矢量作为此空间的基, 则称此空间为导向子空间 $[\mathbf{A}]$, 记所有导向子空间 $[\mathbf{A}]$ 组成的集合为 $\mathcal{A}$ 。

根据上述定义, 可知导向子空间 $[\mathbf{A}]$ 由 $(\varphi_1, \theta_1), (\varphi_2, \theta_2), \dots, (\varphi_N, \theta_N)$ 所决定, 记为 $\mathbf{A}_N[(\varphi_1, \theta_1), (\varphi_2, \theta_2), \dots, (\varphi_N, \theta_N)]$, 即:

$$\mathbf{A}_N[(\varphi_1, \theta_1), (\varphi_2, \theta_2), \dots, (\varphi_N, \theta_N)] = \text{span}\{\mathbf{a}_1(\varphi_1, \theta_1), \mathbf{a}_2(\varphi_2, \theta_2), \dots, \mathbf{a}_N(\varphi_N, \theta_N)\} \quad (13)$$

式 (13) 中, 各导向矢量 $\mathbf{a}_n(\varphi_n, \theta_n)$ 互不相等, 且 $(\varphi_n, \theta_n) (n=1, 2, \dots, N)$ 作为一个整体其顺序并不影响所生成的子空间 $[\mathbf{A}]$ 。因此, 不妨以 φ_n 的角度大小为主, 假设 $0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_2 \leq \dots \leq \varphi_N$, 若 $\varphi_i = \varphi_j, i < j$, 则其对应的方位角 $\theta_i < \theta_j$ 。故可定义波达角的集合:

$$\Theta_N = \left\{ (\varphi_1, \theta_1), (\varphi_2, \theta_2), \dots, (\varphi_N, \theta_N) \mid 0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_2 \leq \dots \leq \varphi_N \leq \frac{\pi}{2}, \varphi_i = \varphi_j, i < j, \theta_i < \theta_j \right\} \quad (14)$$

并定义 Γ 是集合 Θ_N 到子空间 $[\mathbf{A}]$ 集合 $\mathcal{A}$ 的一个映射: $\Gamma: \Theta_N \rightarrow \mathcal{A}$ 。可表示如下:

$$\Gamma(\Theta_N) = \mathbf{A}_N((\Theta_N)) \quad (15)$$

假设噪声部分为零, 则式 (8) 可写成 $\mathbf{z}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k)$, 即:

$$\mathbf{z}(k) = s_1(k)\mathbf{a}_1 + s_2(k)\mathbf{a}_2 + \dots + s_N(k)\mathbf{a}_N \quad (16)$$

由此可知, 向量 $\mathbf{z}(k) k=1, 2, \dots, K$ 处于由

$\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N\}$ 所生成的子空间 $[\mathbf{A}]$ 中, 即 $\mathbf{z}(k) \in [\mathbf{A}]$, 而参数 N 就是子空间 $[\mathbf{A}]$ 的维数, 即 $N = \dim([\mathbf{A}])$ 。

将接收到的 K 组信号矢量排列成如下形式的矩阵 $\mathbf{Z}$:

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{z}(1), \mathbf{z}(2), \dots, \mathbf{z}(K)]_{M \times K}, M < K \quad (17)$$

结合上述结论, 矩阵 $\mathbf{Z}$ 的每一列向量都处于子空间 $[\mathbf{A}]$ 中, 都可表示为式 (16) 的形式, 即

可表示成如下形式:

$$\begin{aligned} [\mathbf{z}(1), \mathbf{z}(2), \dots, \mathbf{z}(K)] &= [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N] \\ \begin{bmatrix} s_1(1) & s_1(2) & \dots & s_1(K) \\ s_2(1) & s_2(2) & \dots & s_2(K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_N(1) & s_N(2) & \dots & s_N(K) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

从式 (18) 可以看出 $\mathbf{Z}$ 的列向量所生成的空间和 $\mathbf{A}$ 的列向量所生成的空间一致, 因此, $\mathbf{Z}$ 的列向量所生成的空间也是子空间 $[\mathbf{A}]$, 且根据导向矢量 $\mathbf{a}_n(\varphi_n, \theta_n)$ 的定义及其线性独立性, 可知集合 Θ_N 到子空间 $[\mathbf{A}]$ 集合 $\mathcal{A}$ 的映射是单射, 即可以由 $\mathbf{Z}$ 的列向量所生成的子空间 $[\mathbf{A}]$ 唯一确定一组波达角 $(\varphi_1, \theta_1), (\varphi_2, \theta_2), \dots, (\varphi_N, \theta_N)$ 。

总的来说, 波达角 Θ_N 决定子空间 $[\mathbf{A}]$, 子空间 $[\mathbf{A}]$ 也唯一确定波达角 Θ_N 。因此, 采用子空间逼近的方法来估计波达角 Θ_N 是合理的。

2.1.2 子空间距离的定义

为衡量子空间逼近的程度, 需要定义一种度量方式, 用来衡量两个子空间之间的距离。

假设 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 为两个 $m \times n$ 维的矩阵, 且 $m \geq n$; $[\mathbf{A}]$ 与 $[\mathbf{B}]$ 分别表示由 $\mathbf{A}$ 的列向量所生成的子空间及由 $\mathbf{B}$ 的列向量所生成的子空间, 子空间之间的距离由 $\text{dist}([\mathbf{A}], [\mathbf{B}])$ 表示。

参照文献[21]对于主角 (principal angle) 的定义, 先对矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 做处理, 使其列向量单位正交, 例如, 采用以下方法: 令 $\mathbf{U}_A = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-\frac{1}{2}}$, $\mathbf{U}_B = \mathbf{B}(\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-\frac{1}{2}}$, 则 $\mathbf{U}_A^H \mathbf{U}_A = \mathbf{U}_B^H \mathbf{U}_B = \mathbf{I}_n$, 且 $\mathbf{U}_A$ 的列向量组成子空间 $[\mathbf{A}]$ 的一组标准正交基, 而 $\mathbf{U}_B$ 的列向量组成子空间 $[\mathbf{B}]$ 的一组标准正交基。令矩阵 $\mathbf{U}_A^H \mathbf{U}_B \mathbf{U}_B^H \mathbf{U}_A$ 的对角化如下:

$$\mathbf{U}_A^H \mathbf{U}_B \mathbf{U}_B^H \mathbf{U}_A = \mathbf{U}_L \mathbf{D}_L \mathbf{U}_L^H \quad (19)$$

其中, $\mathbf{U}_L$ 为酉阵, 而 $\mathbf{D}_L = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ 且 $0 \leq d_i \leq 1$, $d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_n$, 令 $\phi_i = \arccos(\sqrt{d_i})$,

则 $\phi_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为子空间 $[\mathbf{A}]$ 和子空间 $[\mathbf{B}]$ 之间的主角。

基于主角的定义, 下面给出两种方式来衡量子空间之间的距离。

(1) Riemannian 距离^[22]

$$\text{dist}_R([\mathbf{A}], [\mathbf{B}]) = \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \dots + \phi_n^2} \quad (20)$$

(2) Golub 距离^[23]

$$\text{dist}_G([\mathbf{A}], [\mathbf{B}]) = \left\| \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H - \mathbf{B}(\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \right\|_F \quad (21)$$

这两种距离衡量方式为评估子空间逼近的准确性提供了有效的工具。在实际应用中, 选择哪种距离衡量方式, 可以依据具体的场景需求和计算复杂度来决定。

2.1.3 最大似然原理及 Lloyd-like 算法

基于上述对任意结构阵列波达角 (AOA) 估计问题的分析, 可以采用子空间逼近的方法来进行波达角估计。这种方法的核心思想在于利用最大似然 (ML) 原理来优化信号子空间的选择。具体来说, 确定子空间中的最优参数 Θ_N , 即假设接收到的信号数据构成的信号子空间是实际信号子空间 $[\mathbf{A}]$, 目标是找到一个最优的估计导向子空间 $[\hat{\mathbf{A}}]$, 使其与实际信号子空间之间的距离最小, 从而使得估计角度集合 $\hat{\Theta}_N$ 与真实角度 Θ_N 相等的概率最大化。通过最小化子空间 $[\hat{\mathbf{A}}]$ 与子空间 $[\mathbf{A}]$ 的距离, 可以有效地逼近真实的信号子空间, 从而精确地估计出波达角。其数学表示如下:

$$\begin{aligned} &((\hat{\varphi}_1, \hat{\theta}_1), (\hat{\varphi}_2, \hat{\theta}_2), \dots, (\hat{\varphi}_N, \hat{\theta}_N)) = \\ &\arg \min_{\substack{0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_2 \leq \dots \leq \varphi_N \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq \theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_N \leq 2\pi}} \text{dist}(\hat{\mathbf{A}}, \mathbf{A}) \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $(\hat{\varphi}_1, \hat{\theta}_1), (\hat{\varphi}_2, \hat{\theta}_2), \dots, (\hat{\varphi}_N, \hat{\theta}_N)$ 是 $(\varphi_1, \theta_1), (\varphi_2, \theta_2), \dots, (\varphi_N, \theta_N)$ 的估计值。

对于上述最优化问题, 理论上, 最直接的解决方案是采用全搜索方法。这种方法通过在整个角度空间内进行搜索, 找到能够使得最优化目标达到最小值的角度组合。具体而言, 由于



角度 φ 与 θ 被限制在有限空间 $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ 、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 内, 可以对这个有限空间进行穷举搜索, 找到每个信号源的最优波达角。

然而, 随着信号源路径数 N 的增加, 全搜索的计算复杂度呈指数级增长。假设角度空间被离散为 M 个可能的方向, 那么对于 N 个信号源, 全搜索的计算复杂度为 $O(M^N)$ 。这种指数级增长不仅导致运算时间大幅增加, 还对计算资源提出了极高的要求, 使得全搜索方法在实际应用中难以实施, 特别是在需要实时处理的情况下。

为了解决全搜索方法在计算复杂度上的挑战, 可以采用 Lloyd-like 算法进行逐步搜索。Lloyd-like 算法原本是一种用于矢量量化的迭代优化算法, 在波达角估计问题中, 可以通过逐步优化来减少搜索空间, 从而提高搜索效率。Lloyd-like 算法将数据按照一定的准则, 划分为 N 个较小的子集, 并在这些子集内逐步进行优化搜索。全搜索的表达式 (22) 转化为 Lloyd-like 算法逐步搜索的表达式 (23)。

$$\min_{(\hat{\varphi}_N, \hat{\theta}_N)} \left(\min_{(\hat{\varphi}_{N-1}, \hat{\theta}_{N-1})} \left(\cdots \min_{(\hat{\varphi}_1, \hat{\theta}_1)} \text{dist}(\hat{\mathbf{A}}, \mathbf{B}) \right) \right) \quad (23)$$

如式 (23) 所示, 整个角度空间划分为 N 个较小的子集, 每个子集代表一个特定的角度范围。在划分好的子集中, Lloyd-like 算法逐步进行搜索。在每次迭代中, 只须在当前子集范围内进行搜索, 寻找使优化目标函数达到最小值的角度组合。每次搜索后, 将更新后的估计结果用于下一轮迭代。在这个过程中, 每次迭代后的估计结果都会比之前更接近最优解。通过多次迭代, Lloyd-like 算法可以不断优化每个子集中的波达角估计, 最终得到全局的波达角估计值。

为了确保算法的有效性, 通常设定一个收敛判定标准。当两次迭代之间的优化结果变化量小于预设的阈值时, 算法停止迭代。通过这种迭代优化过程, Lloyd-like 算法能够在减少计算量的

同时, 逐步逼近全局最优解, 从而有效解决全搜索计算复杂度高的问题。

2.2 子空间逼近算法

本节首先通过分析接收到的信号, 确定待估计的子空间。接着, 确定码本和初始值的选择, 采用子空间逼近的方法, 对波达角进行估计。

2.2.1 信号子空间的确定

假设已知信号源的数量 N , 即导向子空间 $[\hat{\mathbf{A}}]$ 的维数已知。为确定子空间 $[\mathbf{A}]$, 须求得该子空间的一组标准正交基。标准正交基的准确性直接影响波达角估计的精度, 因此如何确定这一基集, 成为问题的核心。

在理想的无噪声环境中, 假设接收数据矩阵为 $\mathbf{Z}$, 对应的信号子空间 $[\mathbf{A}]$ 通常由信号的导向矩阵 $\mathbf{A}$ 和信号波形矩阵 $\mathbf{S}$ 张成。即接收数据矩阵 $\mathbf{Z}$ 可以表示为:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{AS} \quad (24)$$

在这种理想情况下, 信号子空间 $[\mathbf{A}]$ 可以直接通过 $\mathbf{Z}$ 的列空间来描述, 并且通过对 $\mathbf{Z}$ 进行分解, 可以直接得到标准正交基。

然而, 在实际通信环境中, 接收到的信号数据矩阵 $\mathbf{Z}$ 不仅包含信号源的有效信号, 还受到噪声的干扰。此时, 接收数据矩阵可以表示为:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{AS} + \mathbf{W} \quad (25)$$

其中, $\mathbf{W}$ 表示噪声矩阵。噪声的存在会影响对信号子空间的估计, 进而影响波达角估计的准确性。为减少噪声对信号子空间估计的干扰, 分别采用奇异值分解 (SVD) 技术和协方差矩阵估计的方法来提取信号子空间 $[\mathbf{A}]$ 的标准正交基。

(1) SVD 技术

SVD^[24-25] 是一种矩阵分解方法, 能够将接收数据矩阵 $\mathbf{Z}$ 分解为 3 个部分, 即:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{U}_Z \mathbf{D}_Z \mathbf{V}_Z^H \quad (26)$$

其中, $\mathbf{U}_Z$ 为 $M \times M$ 维的西阵; $\mathbf{D}_Z$ 为对角矩阵, 其对角元素为 $\mathbf{Z}$ 的奇异值; $\mathbf{V}_Z$ 为 $M \times K$ 维的正交

矩阵, 满足 $V_Z^H V_Z = I_M$ 。通过 SVD 分解, 将接收数据矩阵中的噪声部分与信号部分区分开来。具体来说, D_Z 中的前 N 个较大的奇异值对应的向量构成了信号子空间 $[A]$, 而较小的奇异值对应的向量则主要代表噪声子空间。因此, 通过选择前 N 个奇异值对应的向量, 可以得到信号子空间的标准正交基。令 $U_1 = U_Z(:, 1:N)$, 即 U_1 是 U_Z 中前 N 列, 把 U_1 的列向量作为 $[A]$ 中标准正交基。

(2) 协方差矩阵估计

协方差矩阵是用于描述多个变量之间线性关系的工具, 而在阵列信号处理中, 它则用于表示接收信号之间的相关性。协方差矩阵 R 的定义为:

$$R = E[zz^H] \quad (27)$$

在实际应用中, 由于不能直接获得期望值, 通常采用样本来近似估计协方差矩阵。根据统计学的中心极限定理及大数定律, 当样本数量趋近于无穷大时, 样本协方差矩阵将能够非常逼近在该信道参数条件下, 随机信号变量 Z 的真实协方差矩阵。令 $\bar{z} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T z_j$ 为样本均值, 则协方差矩阵的样本估计值为:

$$\hat{R} = \frac{1}{T} (ZZ^H - T \bar{z} \bar{z}^H) \quad (28)$$

考虑实际接收数据矩阵是有限长的, 需要选取足够大的样本数 T , 使得通过样本数据计算得到的协方差矩阵准确地反映随机信号 Z 的内在统计特性。

对协方差矩阵 R 进行特征值分解:

$$R = U_R D_R U_R^H \quad (29)$$

其中, U_R 为酉阵, 其列向量为特征向量, D_R 为对角矩阵, 其对角元素为对应的特征值。信号子空间的标准正交基由协方差矩阵对应于最大 N 个特征值的特征向量构成。所以, 根据特征值的大小, 选择特征值矩阵 D_R 前 N 个最大特征值对应的特征向量, 构成信号子空间。令 $U_2 = U_R(:, 1:N)$,

把 U_2 的列向量作为子空间 $[A]$ 的标准正交基。

用上述两种方法估计角度的后续步骤相同, 为方便表述, 两种去噪声方法得到的子空间 $[A]$ 标准正交基构成的子空间统称为子空间 $[U]$ 。

2.2.2 角度估计

在确定需要估计的子空间 $[U]$ 之后, 依据第 2.1.2 节的分析, Lloyd-like 算法可以用于逐次搜索, 以迭代逼近子空间 $[U]$, 从而实现波达角估计。为了确保算法的有效性和精确度, 在进行搜索之前, 必须先确定初始值和码本的选择, 这两个步骤对于算法的收敛性和最终结果的准确性至关重要。

首先, 由于子空间 $[U]$ 的生成不依赖于其内部元素的排列顺序, 这意味着在搜索初始阶段, 可以在预定义的角度范围内随机生成 N 组初始值作为迭代的起点。这个步骤通过随机性为算法提供了一个全局视角, 增加了找到全局最优解的可能性。

其次, 码本的选择直接影响搜索精确度和最终结果的准确性。码本是一组预定义的导向向量, 用于匹配接收信号以进行精确的方向估计。在设计码本时, 必须充分考虑波达角的实际取值范围, 并对这些范围进行合理的划分, 以确保搜索过程的细粒度和精度。具体来说, 对于仰角 φ , 其取值范围为 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 将该范围等分为 N_1 个点, 得到集合 $\Xi_\varphi = \left[0, \frac{1}{N_1}, \frac{2}{N_1}, \dots, \frac{N_1-1}{N_1}\right] \cdot \frac{\pi}{2}$, 即仰角 φ 对应的码本; 对于方位角 θ , 其取值范围为 $[0, 2\pi]$, 将该范围等分为 N_2 个点, 得到集合 $\Xi_\theta = \left[0, \frac{1}{N_2}, \frac{2}{N_2}, \dots, \frac{N_2-1}{N_2}\right] \cdot 2\pi$, 即方位角 θ 对应的码本。

在上述初始角度和码本的选定下, 子空间逼近迭代算法的主要思想是随机选取 N 个角度作为迭代初始值, 在每次迭代过程, 针对第 n 个角度



(φ_n, θ_n) 进行优化时, 固定剩下 $N-1$ 个角度不变, 通过联合仰角 φ_n 对应的 Ξ_φ 码本和方位角 θ_n 对应的 Ξ_θ 码本, 进行二维搜索, 找到使得估计子空间 $[\hat{A}]$ 与被估计子空间 $[U]$ 距离最小的角度 $(\hat{\varphi}_n, \hat{\theta}_n)$, 经过循环迭代得到所求解的 $(\hat{\varphi}_1, \hat{\theta}_1), (\hat{\varphi}_2, \hat{\theta}_2), \dots, (\hat{\varphi}_N, \hat{\theta}_N)$ 。具体算法步骤如下。

算法1 子空间逼近迭代算法

输入: 随机取 $(\hat{\varphi}_1^{(0)}, \hat{\theta}_1^{(0)}), (\hat{\varphi}_2^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}), \dots, (\hat{\varphi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)})$ 作为迭代的初始角度, 且设定迭代次数为 D , 仰角 φ 的收敛阈值为 Δ_φ , 方位角 θ 的收敛阈值为 Δ_θ 。

步骤1: 固定 $(\hat{\varphi}_2^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}), \dots, (\hat{\varphi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)})$, 在仰角 φ_1 对应的 Ξ_φ 码本和方位角 θ_1 对应的 Ξ_θ 码本中二维搜索, 求 (φ_1, θ_1) 使得 $[\hat{A}]$ 和 $[U]$ 距离最小, 即:

$$\min_{\varphi_1 \in \Xi_\varphi, \theta_1 \in \Xi_\theta} \text{dist} \left(\hat{A} \left((\varphi_1, \theta_1), (\hat{\varphi}_2^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}), \dots, (\hat{\varphi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)}) \right), U \right) \quad (30)$$

得到第一次迭代的第一个角度的最优解, 记为 $(\hat{\varphi}_1^{(1)}, \hat{\theta}_1^{(1)})$ 。

步骤2: 固定 $(\hat{\varphi}_1^{(1)}, \hat{\theta}_1^{(1)}), (\hat{\varphi}_3^{(0)}, \hat{\theta}_3^{(0)}), \dots, (\hat{\varphi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)})$, 同步步骤1, 在仰角 φ_2 对应的 Ξ_φ 码本和方位角 θ_2 对应的 Ξ_θ 码本中二维搜索, 求 (φ_2, θ_2) 使得 $[\hat{A}]$ 和 $[U]$ 距离最小, 即:

$$\min_{\varphi_2 \in \Xi_\varphi, \theta_2 \in \Xi_\theta} \text{dist} \left(\hat{A} \left((\hat{\varphi}_1^{(1)}, \hat{\theta}_1^{(1)}), (\varphi_2, \theta_2), \dots, (\hat{\varphi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)}) \right), U \right) \quad (31)$$

得到第一次迭代的第二个角度的最优解, 记为 $(\hat{\varphi}_2^{(1)}, \hat{\theta}_2^{(1)})$ 。

重复以上步骤, 直至 N 个估计角度都完成第一次迭代, 即得到 $(\hat{\varphi}^{(1)}, \hat{\theta}^{(1)}) = \{(\hat{\varphi}_1^{(1)}, \hat{\theta}_1^{(1)}), (\hat{\varphi}_2^{(1)}, \hat{\theta}_2^{(1)}), \dots, (\hat{\varphi}_N^{(1)}, \hat{\theta}_N^{(1)})\}$ 。

步骤3: 将第一次迭代得到的估计角度 $(\hat{\varphi}^{(1)}, \hat{\theta}^{(1)})$ 作为第二次迭代的初始角度, 重复步骤1和步骤2, 得到第二次迭代的最终角度为 $(\hat{\varphi}^{(2)}, \hat{\theta}^{(2)}) = \{(\hat{\varphi}_1^{(2)}, \hat{\theta}_1^{(2)}), (\hat{\varphi}_2^{(2)}, \hat{\theta}_2^{(2)}), \dots, (\hat{\varphi}_N^{(2)}, \hat{\theta}_N^{(2)})\}$ 。

步骤4: 重复步骤3, 当迭代次数 i 达到设定的 D 或者 $|\hat{\varphi}^{(i+1)} - \hat{\varphi}^{(i)}| < \Delta_\varphi$ & $|\hat{\theta}^{(i+1)} - \hat{\theta}^{(i)}| < \Delta_\theta, 1 \leq i \leq D-1$, 迭代结束, 得到最终的估计角度 $(\hat{\varphi}^{(i)}, \hat{\theta}^{(i)}) = \{(\hat{\varphi}_1^{(i)}, \hat{\theta}_1^{(i)}), (\hat{\varphi}_2^{(i)}, \hat{\theta}_2^{(i)}), \dots, (\hat{\varphi}_N^{(i)}, \hat{\theta}_N^{(i)})\}$ 。

3 基于MUSIC峰值范围的迭代改进算法

子空间逼近迭代算法对方位角以及仰角进行逐步搜索, 能够在理论上保证波达角估计的精确度。然而, 需要同时确定仰角和方位角, 搜索范围是二维的, 这导致码本搜索范围过大, 并且在初始角度是随机生成的情况下, 算法往往需要经过多次迭代才能趋近于真实的角度, 因此算法效率不高。对此, 结合 MUSIC 算法, 从初始值选择和码本设计两个方面对子空间逼近算法进行优化。

通过 MUSIC 算法进行峰值搜索时, 利用信号子空间与噪声子空间相互正交的原理, 找到信号的入射方向, 称这种改进的算法为基于 MUSIC 峰值范围的迭代改进算法。在此过程中, 可以扩大极大值的取值范围, 作为子空间逼近方法的角度搜索范围。这种方法用 MUSIC 算法初步估计了角度范围之后, 再用子空间迭代算法进行搜索, 相比 MUSIC 算法提高了精确度, 相比子空间迭代算法缩小了搜索范围, 极大地提高了搜索效率。

同样, 进行迭代搜索之前, 须先确定初始值以及码本的选择。此时的初始值依旧选择随机生成。而码本的选定, 则根据 MUSIC 算法峰值搜索, 确定前 Q 个极大值对应的角度 $(\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q) = [(\hat{\psi}_1, \hat{\zeta}_1), (\hat{\psi}_2, \hat{\zeta}_2), \dots, (\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q)]$ 作为仰角 φ 和方位角 θ

的联合码本。

在上述初始角度和码本的选定下，基于 MUSIC 峰值范围的迭代改进算法的主要思想是先利用 MUSIC 算法框定搜索范围，即取前 Q 个极大值对应的角度 $(\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q)=[(\hat{\psi}_1, \hat{\zeta}_1), (\hat{\psi}_2, \hat{\zeta}_2), \dots, (\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q)]$ ，再进行子空间迭代搜索，随机选取 N 个角度作为迭代初始值，在迭代求第 n 个角度 (φ_n, θ_n) 时，固定剩下 $N-1$ 个角度，在联合码本 $(\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q)$ 中找到使得估计子空间 $[\hat{A}]$ 与被估计子空间 $[U]$ 距离最小的角度 $(\hat{\phi}_i, \hat{\theta}_i)$ ，经过循环迭代得到所求解的 $(\hat{\phi}_1, \hat{\theta}_1), (\hat{\phi}_2, \hat{\theta}_2), \dots, (\hat{\phi}_N, \hat{\theta}_N)$ 。具体算法步骤如下。

算法 2 基于 MUSIC 峰值范围的迭代改进算法

输入：随机取 $(\hat{\phi}_1^{(0)}, \hat{\theta}_1^{(0)}), (\hat{\phi}_2^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}), \dots, (\hat{\phi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)})$ 作为迭代的初始角度，且设定迭代次数为 D ，仰角 φ 的收敛阈值为 Δ_φ ，方位角 θ 的收敛阈值为 Δ_θ 。

步骤 1：根据 MUSIC 算法的峰值搜索算法，取前 $Q(Q>N)$ 个极大值 $(\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q)=[(\hat{\psi}_1, \hat{\zeta}_1), (\hat{\psi}_2, \hat{\zeta}_2), \dots, (\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q)]$ 作为后续子空间逼近的联合码本。

步骤 2：固定 $(\hat{\phi}_2^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}), \dots, (\hat{\phi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)})$ ，在联合码本 $(\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q)$ 范围内求 (φ_1, θ_1) ，使得 $[\hat{A}]$ 和 $[U]$ 距离最小，即：

$$\min_{(\varphi, \theta) \in (\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q)} \text{dist} \left(\hat{A} \left((\varphi_1, \theta_1), (\hat{\phi}_2^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}), \dots, (\hat{\phi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)}) \right), U \right) \quad (32)$$

得到第一次迭代的第一个角度的最优解，记为 $(\hat{\phi}_1^{(1)}, \hat{\theta}_1^{(1)})$ 。

步骤 3：固定 $(\hat{\phi}_1^{(1)}, \hat{\theta}_1^{(1)}), (\hat{\phi}_3^{(0)}, \hat{\theta}_3^{(0)}), \dots, (\hat{\phi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)})$ ，同步骤 2，在联合码本 $(\hat{\psi}_Q, \hat{\zeta}_Q)$ 范围内求 (φ_2, θ_2) ，

使得 $[\hat{A}]$ 和 $[U]$ 距离最小，即：

$$\min_{(\varphi, \theta) \in (\hat{\psi}, \hat{\zeta})} \text{dist} \left(\hat{A} \left((\hat{\phi}_1^{(1)}, \hat{\theta}_1^{(1)}), (\varphi_2, \theta_2), \dots, (\hat{\phi}_N^{(0)}, \hat{\theta}_N^{(0)}) \right), U \right) \quad (33)$$

得到第一次迭代的第二个角度的最优解，记为 $(\hat{\phi}_2^{(1)}, \hat{\theta}_2^{(1)})$ 。

重复以上步骤，直至 N 个估计角度都完成第一次迭代，即得到 $(\hat{\phi}^{(1)}, \hat{\theta}^{(1)}) = (\hat{\phi}_1^{(1)}, \hat{\theta}_1^{(1)}), (\hat{\phi}_2^{(1)}, \hat{\theta}_2^{(1)}), \dots, (\hat{\phi}_N^{(1)}, \hat{\theta}_N^{(1)})$ 。

步骤 4：将第一次迭代得到的估计角度 $(\hat{\phi}^{(1)}, \hat{\theta}^{(1)})$ 作为第二次迭代的初始角度，重复步骤 2 和步骤 3，得到第二次迭代的最终角度为 $(\hat{\phi}^{(2)}, \hat{\theta}^{(2)}) = \{(\hat{\phi}_1^{(2)}, \hat{\theta}_1^{(2)}), (\hat{\phi}_2^{(2)}, \hat{\theta}_2^{(2)}), \dots, (\hat{\phi}_N^{(2)}, \hat{\theta}_N^{(2)})\}$ 。

步骤 5：重复步骤 4，当迭代次数 i 达到设定的 D 或者 $|\hat{\phi}^{(i+1)} - \hat{\phi}^{(i)}| < \Delta_\varphi$ & $|\hat{\theta}^{(i+1)} - \hat{\theta}^{(i)}| < \Delta_\theta, 1 \leq i \leq D-1$ ，迭代结束，得到最终的估计角度 $(\hat{\phi}^{(i)}, \hat{\theta}^{(i)}) = \{(\hat{\phi}_1^{(i)}, \hat{\theta}_1^{(i)}), (\hat{\phi}_2^{(i)}, \hat{\theta}_2^{(i)}), \dots, (\hat{\phi}_N^{(i)}, \hat{\theta}_N^{(i)})\}$ 。

4 毫米波信道下的角度估计以及仿真

在前面的章节中，详细讨论了 AOA 估计的基本问题以及从子空间的角度对该问题进行探究。在此基础上，提出了子空间逼近迭代算法和基于 MUSIC 峰值范围的迭代改进算法。

任意结构阵元的信道模型在第 1 节已经给出，下面给出系统仿真的相关设定。为适用于所有天线排布情况，符合任意结构阵列的设定，假定 M 个阵元的位置坐标为 $(x_m, y_m, z_m), m=1, 2, \dots, M$ ，其中 $x_m \in (-0.25, 0.25)$ ， $y_m \in (-0.25, 0.25)$ ， $z_m \in (-0.25, 0.25)$ ，单位为 m，且 x_m 、 y_m 、 z_m 在设定范围内随机选取。同时为衡量角度估计的准确度，定义标准角度误差如下：



$$\varepsilon_{\varphi} = \left(\frac{\|\hat{\varphi} - \varphi\|}{\pi/2} \right)^2 \quad (34)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \left(\frac{\|\hat{\theta} - \theta\|}{2\pi} \right)^2$$

信号源的方向参数 (φ_n, θ_n) , $n=1, 2, \dots, N$ 为随机生成, 其中仰角 φ_n 从区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 中随机选取, 方位角 θ_n 从区间 $(0, 2\pi)$ 中随机选取。信号采用毫米波的形式收发, 噪声 $\mathbf{w}$ 服从均值为0、方差为1的复高斯分布。

4.1 仿真结果

4.1.1 子空间逼近迭代算法

为了比较不同方法在不同信噪比条件下的波达角(AOA)估计性能, 本文基于两种导向子空间估计方法和两种空间距离定义, 将新提出的方法分为四大类。具体而言, 采用SVD技术进行子空间估计且空间距离定义为Riemannian距离的方法命名为UR方法; 采用SVD技术进行子空间估计且空间距离定义为Golub距离的方法命名为UG方法; 基于协方差矩阵进行子空间估计且空间距离定义为Riemannian距离的方法命名为RR方法; 而基于协方差矩阵进行子空间估计且空间距离定义为Golub距离的方法则命名为RG方法。

假设接收天线数 $M=6$, 路径数 $N=3$ (假设这是已知的)。信噪比设置为 $\{-12, -10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, 单位为dB。采样点数 $K=200$, 仰角 φ 角度量化点 $N_1=90$, 对应的码本为 $\Xi_{\varphi} = \left[0, \frac{1}{90}, \frac{2}{90}, \dots, \frac{89}{90}\right] \cdot \frac{\pi}{2}$, 方位角 θ 角度量化点 $N_2=360$ 对应的码本为 $\Xi_{\theta} = \left[0, \frac{1}{360}, \frac{2}{360}, \dots, \frac{359}{360}\right] \cdot 2\pi$ 。迭代次数 D 设置为8, 并且仰角 φ 迭代误差阈值 $\Delta_{\varphi}=0.001$, 方位角 θ 迭代误差阈值 $\Delta_{\theta}=0.001$ 。仿真结果不同方法在不同信噪比下对于仰角 φ 的估计如图2所示, 不同方法在不同信噪比下对于方位角 θ 的估计如图3所示。

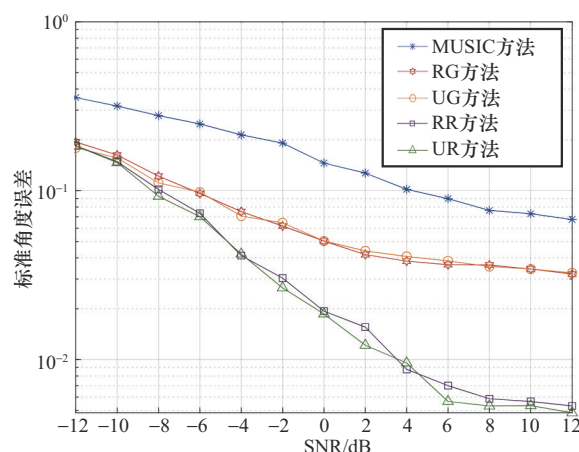


图2 不同方法在不同信噪比下对于仰角 φ 的估计

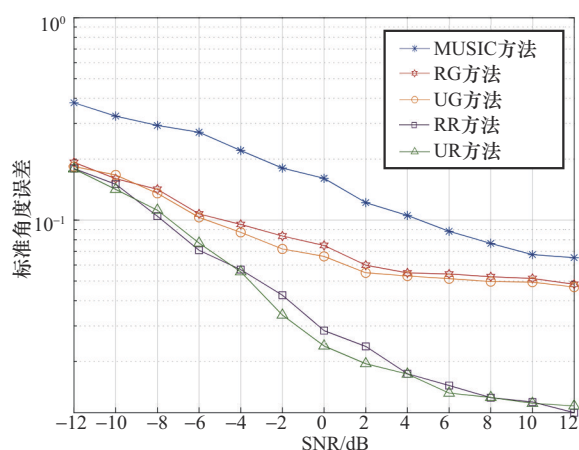


图3 不同方法在不同信噪比下对于方位角 θ 的估计

根据图2和图3, 本文提出的4种方法对于仰角 φ 和方位角 θ 的估计均优于MUSIC算法。通过比较RG方法和RR方法、UG方法和UR方法的标准角度误差, 可以看出, 采用Riemannian距离的估计方法在准确性上明显优于采用Golub距离的方法, 并且这种优势随着信噪比的提升而逐渐扩大。此外, RG方法和UG方法估计的角度误差相似, RR方法和UR方法的误差也呈现相近趋势, 表明采用SVD技术的导向子空间估计与基于协方差矩阵的导向子空间估计在性能上基本一致。综上所述, RR方法和UR方法对于AOA估计最为准确, 较MUSIC算法有超过16 dB的增益。

在上述实验的基础上, 为评估不同迭代次数对于 AOA 估计的影响, 选取效果最佳的 RR 方法作为研究对象。此次实验将迭代次数 D 设置为 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 其他条件保持与上述仿真实验一致。仿真结果 RR 方法在不同迭代次数下对于仰角 φ 的估计如图 4 所示, RR 方法在不同迭代次数对于方位角 θ 的估计如图 5 所示。

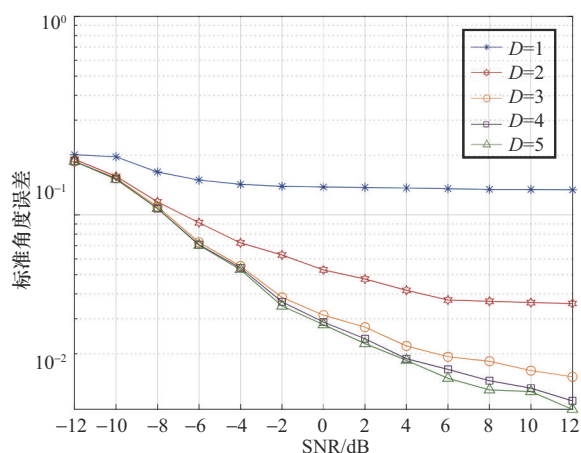


图 4 RR 方法在不同迭代次数下对于仰角 φ 的估计

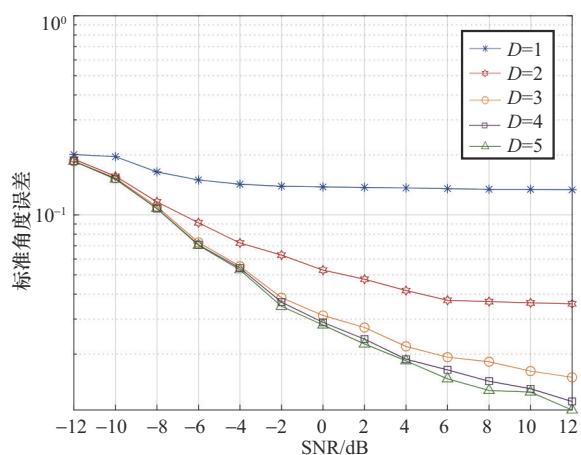


图 5 RR 方法在不同迭代次数对于方位角 θ 的估计

从图 4 和图 5 可以看出, 在信噪比小于 -6 dB 的情况下, 进行 2 次迭代与 3 次及以上迭代的 AOA 估计误差几乎相同; 在信噪比大于 -6 dB 的情况下, 随着信噪比的增大, 迭代 2 次与 3 次及以上的 AOA 估计误差逐渐拉开差距。因此, 综上所述, 在低信噪比条件下, 2 次迭代即可实现

对 AOA 的精确估计; 在高信噪比条件下, 为了追求高效, 建议将迭代次数设置为 3 次; 若更注重角度估计的准确性, 则可以考虑将迭代次数增加至 4 次。

为探究天线数量对于 RR 方法在 AOA 估计误差的影响, 设置迭代次数 D 为 5, 天线数量 M 为 $\{6, 12, 18\}$, 其他条件保持与前述仿真实验一致。仿真结果 RR 方法在不同天线数下对于仰角 φ 的估计如图 6 所示, RR 方法在不同天线数下对于方位角 θ 的估计如图 7 所示。

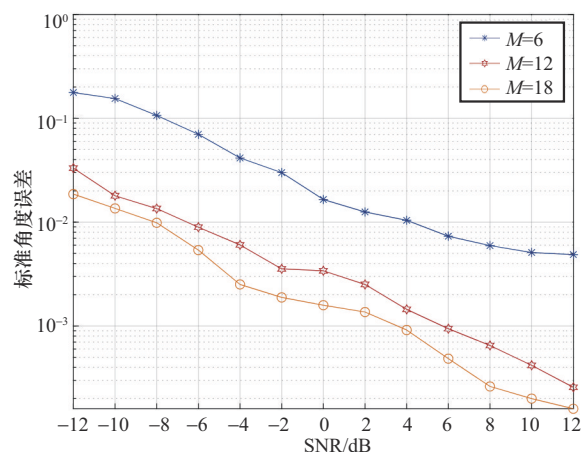


图 6 RR 方法在不同天线数下对于仰角 φ 的估计

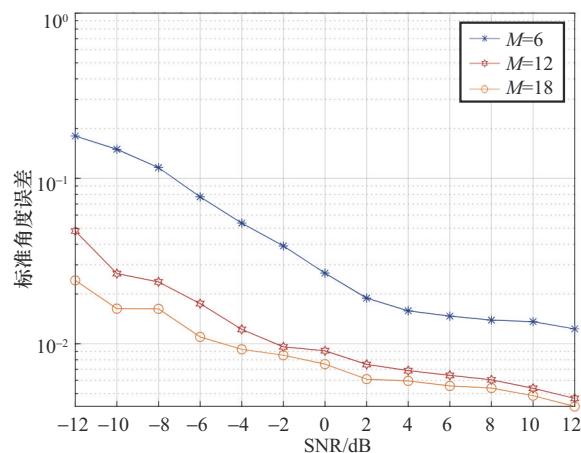


图 7 RR 方法在不同天线数下对于方位角 θ 的估计

从图 6 和图 7 可见, RR 方法的标准角度误差随着天线数的增加而显著降低, 从而提高了波达角 (AOA) 估计的准确性。同时, 在迭代次数固



定为5的情况下, 天线数 $M=18$ 相较于 $M=6$ 有超过16 dB的增益, 而 $M=12$ 相较于 $M=6$ 则有超过12 dB的增益。

4.1.2 基于MUSIC峰值范围的迭代改进算法

根据前述仿真结果, 本文提出的子空间逼近迭代算法中, RR方法和UR方法在波达角估计方面效果最佳。因此, 基于这两种方法进行进一步研究。本研究将基于MUSIC峰值范围的迭代改进算法分为两大类, 其中采用RR方法的迭代算法命名为MRR方法, 采用UR方法的迭代算法命名为MUR方法。

假设接收天线数 $M=6$, 路径数 $N=3$, 迭代次数 D 设置为8, MUSIC峰值范围 $Q=20$, 其他条件保持与前述仿真实验一致。比较MUSIC算法、子空间逼近迭代算法以及基于MUSIC峰值范围的迭代改进算法这3种方法的性能。仿真结果不同方法在不同信噪比下对于仰角 φ 的估计如图8所示, 不同方法在不同信噪比下对于方位角 θ 的估计如图9所示。

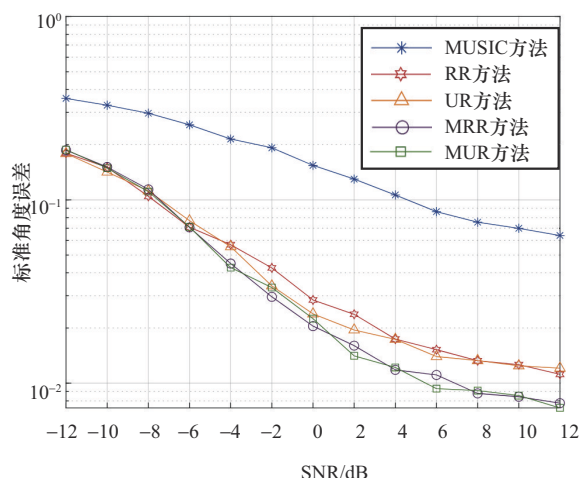


图8 不同方法在不同信噪比下对于仰角 φ 的估计

从图8和图9可以看出, 基于MUSIC峰值范围的迭代改进算法在性能上显著优于传统的MUSIC算法。此外, 通过比较RR方法和MRR方法, 以及UR方法和MUR方法, 发现基于

MUSIC峰值范围的迭代改进算法在AOA估计的准确性与子空间逼近迭代算法相近。因此, 基于MUSIC峰值范围的迭代改进算法不但降低了计算复杂度和时间复杂度, 还保证了AOA估计的准确率。以MRR方法为例, 其相较于MUSIC算法有超过17.5 dB的增益。

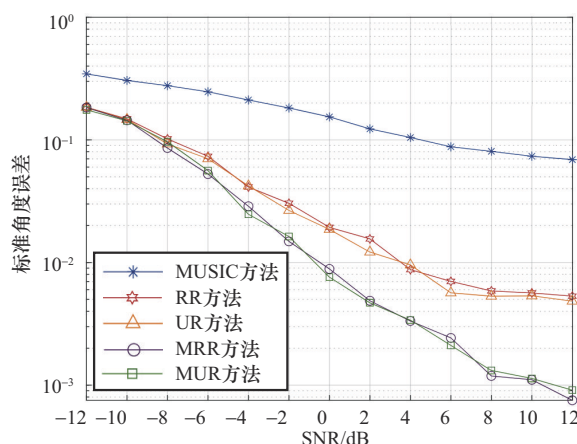


图9 不同方法在不同信噪比下对于方位角 θ 的估计

为探究MUSIC峰值范围的最佳取值, 在上述实验的基础上, 以MRR方法为研究对象, 将MUSIC峰值范围 Q 设置为 $\{10, 20, 50, 80\}$, 其他条件保持与前述仿真实验一致。仿真结果MRR方法在不同峰值范围下对于仰角 φ 的估计如图10所示, MRR方法在不同峰值范围下对于方位角 θ 的估计如图11所示。

从图10和图11可以看出, 在相同条件下, 当信噪比大于-6 dB时, MUSIC峰值范围 $Q=20$ 的时候, 仰角 φ 和方向角 θ 标准角度误差均为最低; 而在信噪比小于-6 dB时, MUSIC峰值范围 $Q=50$ 时的仰角 φ 和方向角 θ 标准角度误差均为最低, 但与 $Q=20$ 的结果角度误差相差不大。具体地, 当SNR为-10 dB时, MRR方法中, MUSIC峰值范围 $Q=20$ 的仰角 φ 标准角度误差 $\varepsilon_{\varphi} \approx 0.145$ 、方向角 θ 标准角度误差 $\varepsilon_{\theta} \approx 0.151$; MUSIC峰值范围 $Q=50$ 的仰角 φ 标准角度误差 $\varepsilon_{\varphi} \approx 0.134$ 、方向角 θ 标准角度误差 $\varepsilon_{\theta} \approx 0.136$ 。因此, 在实际应用

中, 对于 MRR 方法和 MUR 方法, 将 MUSIC 峰值范围 Q 设置为 20 最合适; 在低信噪比 (信噪比小于 -6 dB) 的情况下, 追求更高的准确率, 则 MUSIC 峰值范围 Q 可设置为 50。

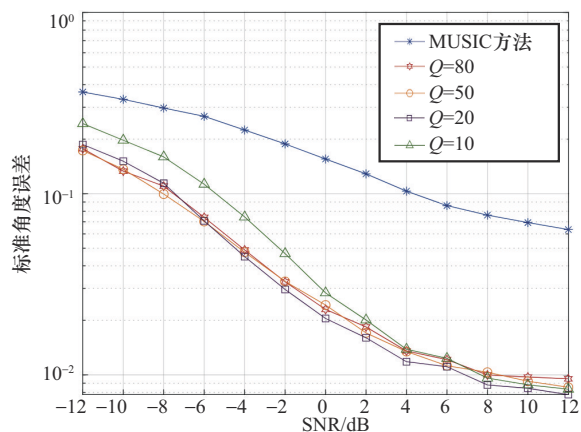


图 10 MRR 方法在不同峰值范围下对于仰角 φ 的估计

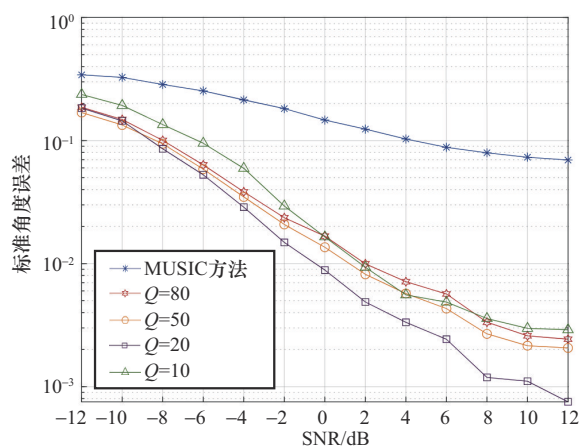


图 11 MRR 方法在不同峰值范围下对于方位角 θ 的估计

为了比较 MRR 方法对于相等阵元数量的规则阵列与非规则阵列角度估计的影响, 规则阵列以均匀圆阵为例, 设置其阵元半径 r 为波长 λ 的一半; 非规则阵列以上述仿真采用的任意阵列为例, 同等条件设置天线阵元范围参数 $x_m \in (-r, r)$, $y_m \in (-r, r)$, $z_m \in (-r, r)$, 单位为 m。且 MUSIC 峰值范围 Q 设置为 20, 其他条件保持与前述仿真实验一致。仿真结果 MRR 方法在规则阵列与非规则阵列下对于仰角 φ 的估计如图 12 所示, MRR

方法在规则阵列与非规则阵列下对于方位角 θ 的估计如图 13 所示。

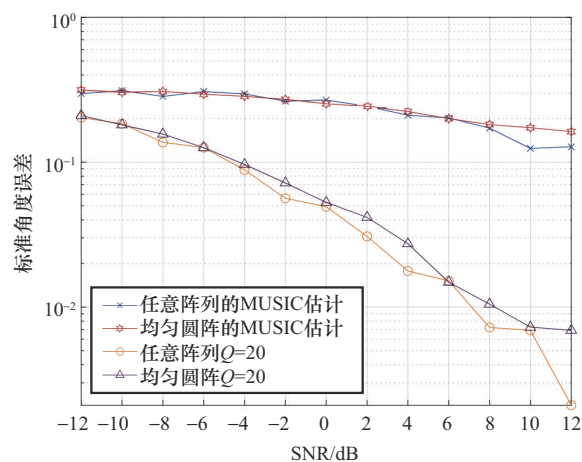


图 12 MRR 方法在规则阵列与非规则阵列下对于仰角 φ 的估计

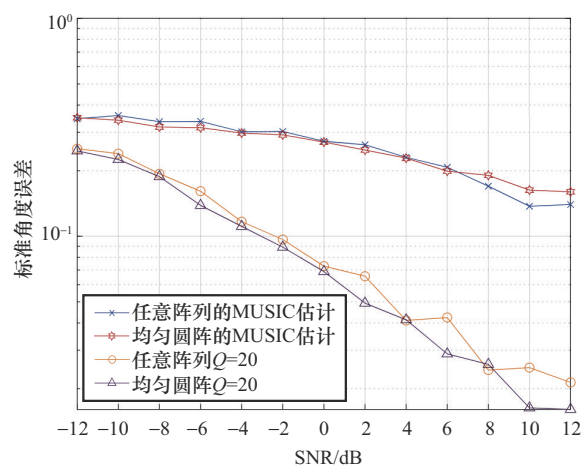


图 13 MRR 方法在规则阵列与非规则阵列下对于方位角 θ 的估计

从图 12 和图 13 可以看出, 在相同条件下, MRR 方法在应用于规则阵列和非规则阵列时, 对于角度估计的误差表现大致相同。这表明 MRR 方法应用于非规则阵列可以取得相同于规则阵列的效果, 该方法具有广泛的适用性, 不局限于特定的天线阵列结构。MRR 方法可以应用于任意结构的天线阵列的验证, 表明该方法可以解决许多物理和工程上对于天线排布约束的限制。



5 结束语

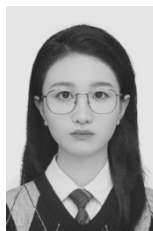
本文针对于任意结构阵列的波达角估计,提出了子空间逼近迭代算法,该算法采用二维迭代搜索,通过估计子空间逼近导向子空间的方式,使得估计角度逐渐趋近于真实角度,相较于 MUSIC 算法,搜索精度更高且弥补了其局部搜索导致的误差。此外,还引入了两种导向子空间估计方法以及两种空间距离定义,形成了 UR 方法、UG 方法、RR 方法、RG 方法 4 种新方法,这些方法均优于传统的 MUSIC 算法,尤其是 UR 方法和 RR 方法。在此基础上,为降低时间复杂度和算法复杂度,进一步提出了基于 MUSIC 峰值范围的迭代改进算法,合理选择 MUSIC 峰值范围,将性能最佳的 UR 方法和 RR 方法分别改进为 MUR 方法和 MRR 方法。

参考文献:

- [1] NING Y M, MA S, MENG F Y, et al. DOA estimation based on ESPRIT algorithm method for frequency scanning LWA[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(7): 1441-1445.
- [2] ZHENG Z, YANG C L, WANG W Q, et al. Robust DOA estimation against mutual coupling with nested array[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 27: 1360-1364.
- [3] ZHAO H Q, PENG Y, XU W J. Complex total maximum versoria criterion algorithm for DOA estimation[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2024, 71(4): 2489-2493.
- [4] FU M C, ZHENG Z, WANG W Q, et al. Coarray interpolation for DOA estimation using coprime EMVS array[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 548-552.
- [5] LI B B, ZHANG X F, LI J F, et al. DOA estimation of non-circular source for large uniform linear array with a single snapshot: extended DFT method[J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(12): 3843-3847.
- [6] JACKSON B R. 2D direction of arrival estimation using uniform circular arrays with radiation pattern reconfigurable antennas[J]. IEEE Access, 2022(10): 11909-11923.
- [7] LI J F, MA P H, ZHANG X F, et al. Improved DFT algorithm for 2D DOA estimation based on 1D nested array motion[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(9): 1953-1956.
- [8] FU M C, ZHENG Z, WANG W Q. 2-D DOA estimation for nested conformal arrays via sparse reconstruction[J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(3): 980-984.
- [9] CRISAFULLI O, PIAZZESE N I, PAVONE S C, et al. Performance analysis of BLE-5.1 angle of arrival estimation using embedded radiation patterns on a 3×3 uniform rectangular array[J]. IEEE Access, 2024(12): 42572-42584.
- [10] 齐子森, 彭大林, 许华, 等. 柱面共形阵列 DOA 与极化参数高效联合估计算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2021, 22(3): 55-61.
- QI Z S, PENG D L, XU H, et al. A DOA and polarization parameters efficient estimation algorithm of cylindrical conformal array antenna[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2021, 22(3): 55-61.
- [11] 孙仕礼, 刘帅, 金铭. 基于欧拉旋转和极化投影的共形阵列建模方法[J]. 信号处理, 2021, 37(8): 1430-1440.
- SUN S L, LIU S, JIN M. Conformal array modeling method based on Euler rotation and polarization projection[J]. Journal of Signal Processing, 2021, 37(8): 1430-1440.
- [12] 张羚, 郭英, 邹峰, 等. 锥面共形阵列非圆信号 2D-DOA 估计[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(5): 989-996.
- ZHANG L, GUO Y, ZOU F, et al. 2D-DOA estimation on conical conformal array antennas for non-circular signals[J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(5): 989-996.
- [13] KRIM H, FORSTER P, PROAKIS J G. Operator approach to performance analysis of root-MUSIC and root-Min-norm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(7): 1687-1696.
- [14] 刘学承, 朱敏, 武岩波. 基于变换域 APSO 的任意阵列宽带 DOA 估计算法[J]. 信号处理, 2022, 38(6): 1306-1315.
- LIU X C, ZHU M, WU Y B. Based-on transformed-domain accelerated particle swarm optimization wideband DOA estimation algorithm for arbitrary arrays[J]. Journal of Signal Processing, 2022, 38(6): 1306-1315.
- [15] FRIEDLANDER B. Direction finding using an interpolated array[C]//Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2002: 2951-2954.
- [16] WEISS A J, GAVISH M. Direction finding using ESPRIT with interpolated arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 39(6): 1473-1478.
- [17] 刘松. 均匀圆阵高效波达方向估计关键技术研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2016.
- LIU S. Research on key technologies of efficient DOA estimation for uniform circular array[D]. Chongqing: Chongqing University, 2016.

- [18] 武智炜, 王海泉, 李美慧, 等. 基于子空间的指数和分解及在信道估计中的应用[J]. 电信科学, 2023, 39(4): 52-59.
WU Z W, WANG H Q, LI M H, et al. Decomposition of exponential sums based on subspace and its application in channel estimation[J]. Telecommunications Science, 2023, 39(4): 52-59.
- [19] STOICA P, SHARMAN K C. Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990, 38(7): 1132-1143.
- [20] GUO J, KOYUNCU E, JAFARKHANI H. A source coding perspective on node deployment in two-tier networks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(7): 3035-3049.
- [21] GALÁNTAI A, HEGEDŰS C J. Jordan's principal angles in complex vector spaces[J]. Numerical Linear Algebra with Applications, 2006, 13(7): 589-598.
- [22] ABSIL P A, MAHONY R, SEPULCHRE R. Riemannian geometry of Grassmann manifolds with a view on algorithmic computation[J]. Acta Applicandae Mathematica, 2004, 80(2): 199-220.
- [23] GOLUB G, PEREYRA V. Separable nonlinear least squares: the variable projection method and its applications[J]. Inverse Problems, 2003, 19(2): R1-R26.
- [24] LIU W, YANG L L, HANZO L. SVD-assisted multiuser transmitter and multiuser detector design for MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009, 58(2): 1016-1021.
- [25] SHI Q Q, CHEUNG Y M, LOU J. Robust tensor SVD and recovery with rank estimation[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(10): 10667-10682.

[作者简介]



洪优佳 (2000-), 女, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为信号与信息处理。



简志华 (1978-), 男, 博士, 杭州电子科技大学通信工程学院副教授、硕士生导师, 主要研究方向为伪造语音检测、语音中的隐私保护、语音转换与生成等。



潘鹏 (1983-), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院教授, 主要研究方向为 MIMO 及大规模 MIMO 预编码和容量分析、多用户检测。



王海泉 (1964-), 男, 博士, 杭州电子科技大学通信工程学院教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信、多天线系统、信号检测、信息论等。